

**ОТЗЫВ
официального оппонента
о диссертации Нгуен Ван Лоя**

«Методы направляющих и ограничивающих функций и их приложения к некоторым задачам дифференциальных уравнений и включений», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Метод направляющих функций в идейном плане восходит к классическому методу функций Ляпунова и его первые применения (относящиеся к середине прошлого века) были связаны с задачами существования периодических и ограниченных решений дифференциальных уравнений. Со временем этот метод был развит и распространен как на новые классы объектов, так и на новые задачи и в настоящее время он привлекает внимание многих исследователей в связи с достаточно интересными приложениями к качественному поведению траекторий систем, описываемых дифференциальными уравнениями и включениями. В связи с этим тематику диссертационной работы следует признать вполне актуальной.

Диссертация состоит из двух частей. Первая часть посвящена развитию метода направляющих функций и исследованию его различных применений. В эту часть входят главы 2 и 3. Во второй части диссертации изучается метод ограничивающих функций и описываются его применения. Понятие ограничивающей функции близко к понятию направляющей функции, но позволяет успешно решать ряд достаточно важных специфических задач. Ко второй части принадлежат главы 4 и 5. Работа в целом состоит из пяти глав, разбитых на 19 параграфов.

Первая глава диссертации носит вводный характер, в ней излагаются необходимые для дальнейшего элементы функционального и многозначного анализа, теории топологической степени и другие сведения.

Вторая глава диссертационной работы посвящена методу направляющих функций и конечномерном и бесконечномерном гильбертовом пространствах. Здесь рассматриваются дифференциальные включения с обобщенным периодическим условием и вводится понятие направляющей функции для соответствующей задачи. В терминах индекса направляющей функции получены достаточные условия существования решений изучаемой задачи. Исследованы применения полученных результатов к классической задаче преследования в теории дифференциальных игр.

Далее вводится понятие интегральной направляющей функции периодической задачи для дифференциального включения в бесконечномерном гильбертовом пространстве. Следует отметить, что задача распространения метода направляющих функций на случай бесконечномерного пространства стояла в течение многих лет и впервые была успешно решена диссертантом. Решение этой проблемы изложено в данной главе диссертации, где даны, в частности, достаточные условия разрешимости указанной периодической задачи.

В этой главе исследуется также применение метода направляющих функций к задаче бифуркации для решений семейства включений с многомерными параметрами. Здесь вводится семейство локальных интегральных направляющих функций для данной задачи и в терминах нетривиальности индекса этого семейства, представляющего собой элемент некоторой гомотопической группы сферы, даны достаточные условия существования бифуркации и описана структура ветви нетривиальных решений семейства. В качестве примера описаны глобальная структура множества периодических решений для двухпараметрических семейств управляемых систем и глобальная структура множества периодических решений для двухпараметрического семейства дифференциально-вариационных неравенств.

В третьей главе излагаются применения метода направляющих функций к изучению нелинейных фредгольмовых включений. Введено понятие направляющей функции для включения с нелинейным фредгольмовым оператором. Изучена взаимосвязь между ориентированным индексом совпадения и индексом направляющей функции. Получены достаточные условия существования периодической траектории для управляемой системы, содержащей нелинейный фредгольмов оператор нулевого индекса, обратная связь в которой реализуется с помощью дифференциального включения.

Описана также глобальная структура множества периодических траекторий для семейства управляемых систем указанного типа.

Четвертая глава посвящена методу ограничивающих функций. Этот метод применяется к исследованию разрешимости дифференциальных включений и уравнений с нелокальным начальным условием в конечномерных и бесконечномерных пространствах. В качестве задач с условием такого типа могут быть рассмотрены задача Коши, периодическая и анти-периодическая задачи, многоточечная краевая задача и др. Рассмотрен ряд примеров, в частности, касающихся разрешимости начальных задач для некоторых типов интегро-дифференциальных уравнений в частных производных. Установлена единственность и ограниченность решений, введены негладкие ограничивающие функции.

В последней главе метод ограничивающих функций распространяется на случай краевой задачи для некоторого класса дифференциальных включений второго порядка в конечномерном и бесконечномерном гильбертовом пространствах. Здесь введено понятие интегральной ограничивающей функции для данной задачи и в ее терминах дано условие разрешимости изучаемой задачи. В качестве примеров рассматриваются управляемые системы и модель движения частицы в силовом поле.

Подводя итог, следует отметить, что все полученные автором результаты являются новыми и интересными, они порождают достаточно глубокие приложения в теории дифференциальных уравнений и включений, а также в математической теории управления. Обоснование результатов приводится достаточно убедительно и на высоком научном уровне.

Отметим некоторые замечания.

- Было бы лучше добавить доказательство или указать идеи доказательства Теоремы 2.3.6 и Теоремы 2.3.7.
- Следовало бы добавить пример отображения F , которое удовлетворяет условию (Н3) на странице 119.
- В работе имеется некоторое количество грамматических отпечатков, не превышающее критического уровня и объяснимое тем, что русский язык не является для автора диссертации родным.

Перечисленные замечания не влияют на общую вполне положительную оценку работы. Основные результаты диссертации своевременно и полностью опубликованы в ведущих рецензируемых журналах, в том числе из перечня ВАК РФ. Работа прошла полноценную аprobацию на многих семинарах и конференциях международного уровня. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Нгуен Ван Лоя «Методы направляющих и ограничивающих функций и их приложения к некоторым задачам дифференциальных уравнений и включений» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к докторским диссертациям, включая п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» и соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор Нгуен Ван Лой заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

«23» 11 2015 г.

Арутюнов Арам Владимирович,
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
нелинейного анализа и оптимизации
Российского университета дружбы народов.
Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3
Email: arutun@orc.ru
Тел. (495)955-09-36

Подпись А. В. Арутюнова
Гаврилов
Зам. декана
Королева Р. В. М.

